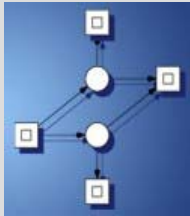


Strukturelle Charakterisierung der Invarianten eines Petri-Netzes

Zwischenstand der Diplomarbeit
von
Katja Winder



Lehrstuhl Datenstrukturen und
Softwarezuverlässigkeit
BTU Cottbus



Inhalt

1. Einleitung
2. Abhängige Transitionsmengen
 1. Definition
 2. Verwendungsmöglichkeiten
3. Reduktion des Petri-Netzes
 1. Träger-basierte Reduktion
 2. Häufigkeiten-basierte Reduktion
 3. Hierarchisierung
4. Implementierung
5. Zusammenfassung und Ausblick

Motivation

- Petri-Netzmodelle häufig eingesetzt
 - Beispiel: biochemische Netzwerke
- Invarianten Mittel zur Validation
- Anzahl der minimalen Invarianten im worst case exponentiell zur Knotenzahl
- Automatisierbare Strukturierung und Charakterisierung notwendig

Ansätze zur strukturellen Charakterisierung

- Data Mining Methoden, z.B.
 - frequent item sets
 - Assoziationsregeln
 - Entscheidungsbäume
 - Clusterung
- abhängige Transitions Mengen als spezielle frequent item sets
 - aussichtsreicher Ansatz für verbindliche Aussagen

Inhalt

1. Einleitung
2. Abhängige Transitionsmengen
 1. Definition
 2. Verwendungsmöglichkeiten
3. Reduktion des Petri-Netzes
 1. Träger-basierte Reduktion
 2. Häufigkeiten-basierte Reduktion
 3. Hierarchisierung
4. Implementierung
5. Zusammenfassung und Ausblick

Definitionen

- Petri-Netz

$$N = (P, T, F, L, M_0)$$

- Inzidenzmatrix

$$A = (a_{i,j})_{1 \leq i \leq |P|, 1 \leq j \leq |T|}$$

$$a_{i,j} = L(t_j, p_i) - L(p_i, t_j)$$

- T-Invariante

$$A \cdot x = 0, \quad x \geq 0$$

- P-Invariante

$$y^T \cdot A = 0, \quad y \geq 0$$

- Träger

$$\text{supp}(x) = \{t \in T \mid x[t] > 0\}$$

Abhängige Transitionsmengen

- voneinander abhängige Transitionen
 - kommen in T-Invarianten immer zusammen vor
- Häufigkeiten der Transitionen in den T-Invarianten
 - unabhängig oder
 - immer im gleichen Verhältnis
- beschreiben Abhängigkeiten im Modell
- bedeutend für Modelleigenschaften, z.B.
 - Robustheit
 - Vielseitigkeit
 - Flexibilität

abstractly dependent transition sets (abstract DTS)

Sei I eine Menge von T-Invarianten eines Petri-Netzes N . Eine Menge von Transitionen A wird abstract DTS genannt, wenn gilt:

$$\forall i \in I: A \cap \text{supp}(i) = A \vee A \cap \text{supp}(i) = \emptyset$$

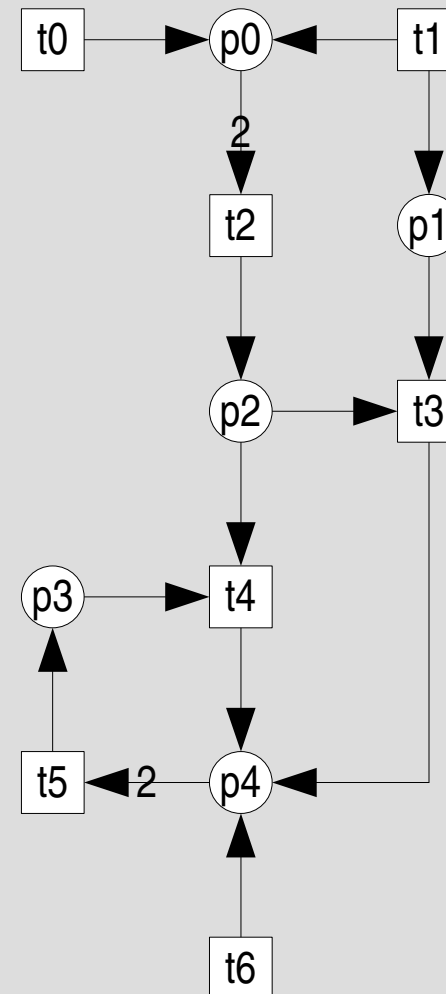
strongly dependent transition sets (strong DTS)

Sei I eine Menge von T-Invarianten eines Petri-Netzes N . Die Multimenge S aus Transitionen mit dem zugehörigen Transitionsvektor v wird strong DTS genannt, wenn gilt:

$$\forall i \in I \exists k \in \mathbb{N} \forall t \in S: i[t] = k \cdot v[t]$$

Beispiel DTS

Transition	T-inv0	T-inv1
0	2	3
1	0	1
2	1	2
3	0	1
4	1	1
5	1	1
6	1	0

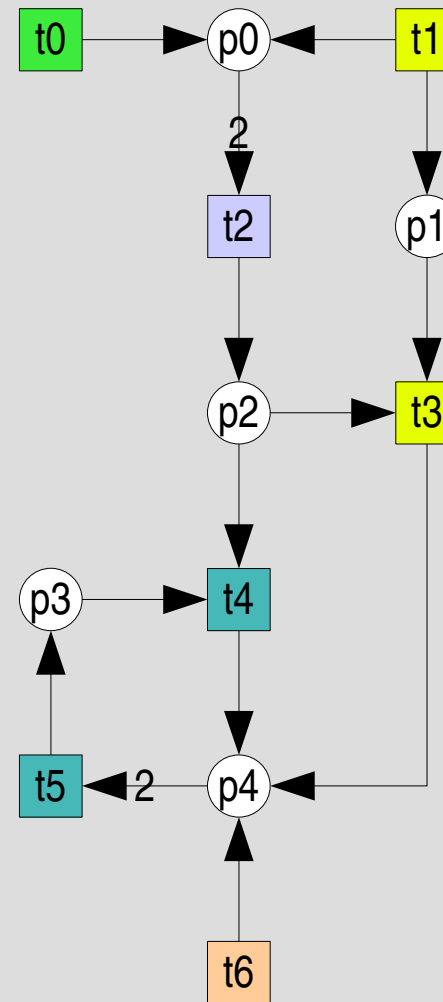
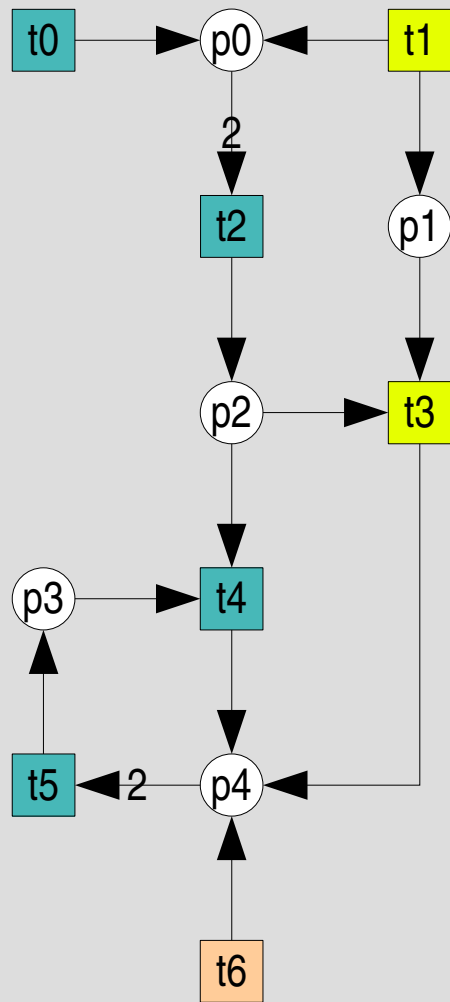


Katja Winder

Strukturelle Charakterisierung der Invarianten eines Petri-Netzes

abstract DTS

strong DTS



Katja Winder

Strukturelle Charakterisierung der Invarianten eines Petri-Netzes

Verwendungsmöglichkeiten der DTS

- strukturierte Darstellung der T-Invarianten
 - abstract DTS für Repräsentation von T-Invarianten als Teilmengen
 - strong DTS für exakte Repräsentation, z.B. mit finiten Automaten
- Reduktion des Petri-Netzes
 - Vereinfachungen
 - Übersichtlichkeit

Inhalt

1. Einleitung
2. Abhängige Transitionsmengen
 1. Definition
 2. Verwendungsmöglichkeiten
3. Reduktion des Petri-Netzes
 1. Träger-basierte Reduktion
 2. Häufigkeiten-basierte Reduktion
 3. Hierarchisierung
4. Implementierung
5. Zusammenfassung und Ausblick

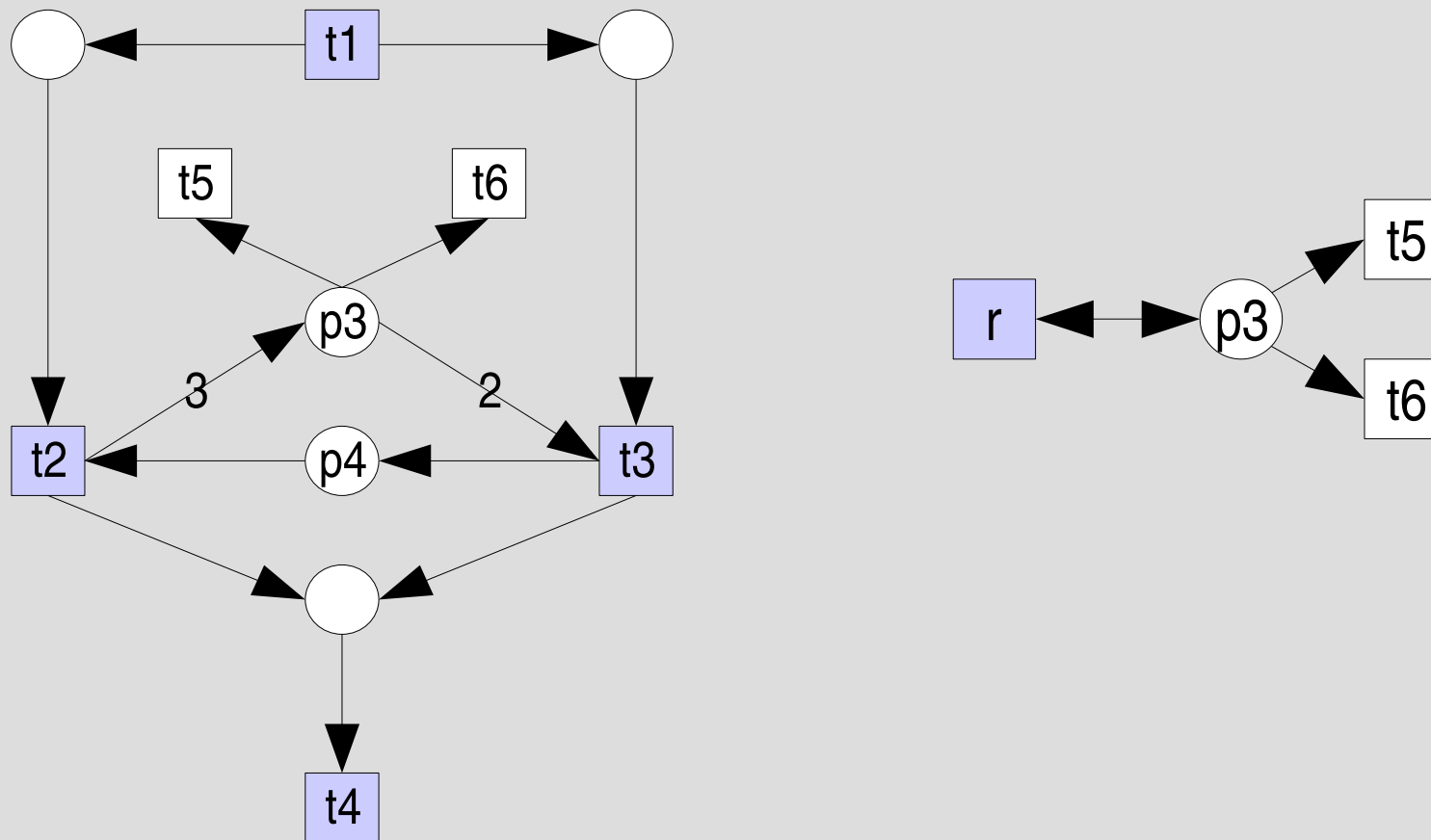
Reduktion

- Ersetzung eines Teilnetzes durch ein anderes Teilnetz
- verringert i. Allg. die Knotenzahl
- lokal oder global
- neun Reduktionsregeln von Starke [1]
 - lokal
 - erhalten Beschränktheit und/oder
 - Lebendigkeit

Träger-basierte Reduktion

- Basis: abstract DTS A
- alle Transitionen aus A ersetzt durch neue Transition r
- Markierungen entfernt
- alle Kantenbewertungen eins oder null
- Kanten zwischen Platz p und r :
 - Bewertung mit eins, falls Kante zwischen p und Transition aus A existierte
 - null sonst
- innere Plätze entfernt

Träger-basierte Reduktion



Katja Winder

Strukturelle Charakterisierung der Invarianten eines Petri-Netzes

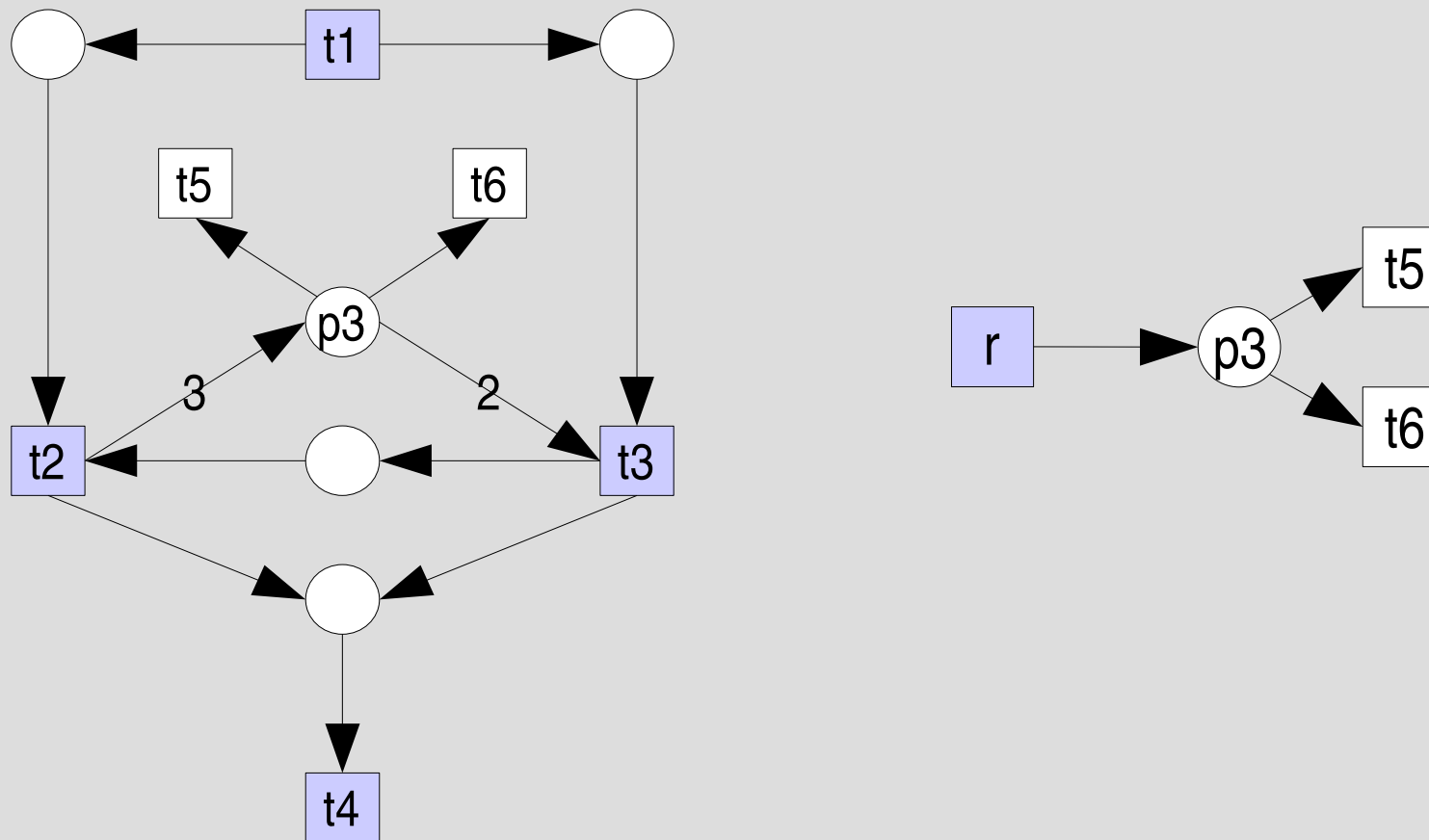
Eigenschaften der Träger-basierten Reduktion

- wesentlich mächtiger als Reduktionsregeln von Starke
 - bezüglich Teilnetzstruktur
- global, da basierend auf T-Invarianten
- erhöht die Übersichtlichkeit des Netzes
- erhält i. Allg. nicht die Eigenschaften
 - Lebendigkeit
 - Beschränktheit
 - T-Invarianten

Häufigkeiten-basierte Reduktion

- Basis: strong DTS $S = (A, v)$
- alle Transitionen aus A ersetzt durch neue Transition r
- Kanten zwischen Platz p und r :
 - Bewertung anhand A und v bestimmt
 - Bewertung ist Differenz aus abgelegten und entnommenen Marken bzw. null
- innere Plätze entfernt

Häufigkeiten-basierte Reduktion



Katja Winder

Strukturelle Charakterisierung der Invarianten eines Petri-Netzes

Eigenschaften der Häufigkeiten-basierten Reduktion

- weniger mächtig als Träger-basierte Reduktion
 - geringerer Abstraktionsgrad
 - kleinere Teilnetze
- genauer als Träger-basierte Reduktion
- mächtiger als Reduktionen von Starke
 - im Bezug auf Teilnetzstruktur
- erhält i. Allg. weder Lebendigkeit noch Beschränktheit
- erhält nachweisbar die T-Invarianten eines Petri-Netzes

Erhaltung der T-Invarianten

Zwei Petri-Netze N und N' mit den minimalen T-Invarianten I und I' sind T-Invarianten-äquivalent, falls es zwei Funktionen f und h gibt, für die gilt:

$$f : I \rightarrow I', \quad f \text{ bijektiv}$$

$$h : T \rightarrow T', \quad h \text{ total}, \quad h \text{ surjektiv}$$

$$\forall i \in I \quad \forall t \in T : i[t] = 0 \Leftrightarrow f(i)[h(t)] = 0.$$

Damit sind ein Petri-Netz und das Ergebnis seiner Häufigkeiten-basierten Reduktion T-Invarianten-äquivalent.



Hierarchisierung

- basierend auf abstract DTS
- Zusammenfassen der Transitionen zu hierarchischer Transition r
- Hierarchisierung kann nach fertiger Modellierung anhand des Gesamtmodells hergeleitet werden
- vermeidet Informationsverlust

Inhalt

1. Einleitung
2. Abhängige Transitionsmengen
 1. Definition
 2. Verwendungsmöglichkeiten
3. Reduktion des Petri-Netzes
 1. Träger-basierte Reduktion
 2. Häufigkeiten-basierte Reduktion
 3. Hierarchisierung
4. Implementierung
5. Zusammenfassung und Ausblick

Implementierung

- DTS-Berechnung mit PInA 
 - abstract DTS
 - strong DTS
 - Ausschluss trivialer Invarianten möglich
 - Export INA-Format
- Knotenvektorvisualisierung mit Snoopy 
 - Import INA-Format
 - verschieden färbbar

Inhalt

1. Einleitung
2. Abhängige Transitionsmengen
 1. Definition
 2. Verwendungsmöglichkeiten
3. Reduktion des Petri-Netzes
 1. Träger-basierte Reduktion
 2. Häufigkeiten-basierte Reduktion
 3. Hierarchisierung
4. Implementierung
5. Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassung

- Definition und Verwendung der
 - abstract DTS
 - strong DTS
- Reduktionen und ihre Eigenschaften
 - Träger-basierte Reduktion
 - Häufigkeiten-basiert Reduktion
 - Hierarchisierung

Ausblick

- invariantenerhaltende Reduktion auch für Teilmengen der minimalen T-Invarianten
- andere Abhängigkeiten einbeziehen
 - einseitige Abhängigkeiten
 - häufige Pattern
- Tool- unterstützte Reduktion
- realisierbarkeits- und invariantenerhaltende Reduktion

Literaturverweise

- [1] Starke, P. H.: Analyse von Petri-Netz-Modellen, B.G. Teubner, Stuttgart, 1990.